

CÁC NỘI DUNG ÔN TẬP TOÁN LỚP 9

VẤN ĐỀ I: RÚT GỌN BIỂU THỨC

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{3}{2+\sqrt{3}} + \frac{13}{4-\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$

b) $B = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} + \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x > 0$; $y > 0$; $x \neq y$

c) $C = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

d) $D = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6-3\sqrt{3}}$

Câu 2: Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$$

- 1) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 2) Rút gọn biểu thức A .
- 3) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 3: Cho biểu thức : $A = \left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

- a) Với những giá trị nào của a thì A xác định .
- b) Rút gọn biểu thức A .
- c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên .

Câu 4:

a) Rút gọn biểu thức:

$$A = \sqrt{45} - \sqrt{20}; B = \frac{m^2 - n^2}{m+n} + n; C = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{x+1}{x-1} \quad (\text{với } x \geq 0; x \neq 1)$$

b) Chứng minh rằng $0 \leq C < 1$

Câu 5: Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$ ($a > 0$; $a \neq 1$)

- a) Rút gọn Q.
- b) Tính giá trị của Q khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.
- c) Tìm các giá trị của Q sao cho $Q < 0$.

Câu 6: Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$.

- a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.
- b) Rút gọn P.
- c) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{6}{5}$.

Câu 7: Cho biểu thức $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$.

- a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.
- b) Rút gọn P.
- c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Câu 8: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- a) Rút gọn P.
- b) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.
- c) Tìm GTNN của P và giá trị tương ứng của x.

Câu 9: Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{2}{x^2-2x+1} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- a) Rút gọn P.
- b) Tìm các giá trị của x để $P > 0$.
- c) Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
- d) Tìm GTLN của P và giá trị tương ứng của x.

VẤN ĐỀ II: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1: Giải pt và hệ phương trình:

a) $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4}$

b) $\begin{cases} x=2y \\ x-y=5 \end{cases}$

Câu 2: Giải các phương trình sau :

a) $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{6-x} = 2$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Câu 3: Giải pt và hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x+y=3 \\ x+2y=6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = \frac{15}{2} \end{cases}$

c) $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{2}x + 4\sqrt{2} = 0$

Câu 4: Cho phương trình bậc hai : $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$ và gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Không giải phương trình, tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

b) $x_1^2 + x_2^2$

c) $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$

d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4: giải phương trình, hpt, bpt sau:

a) $6 - 3x \geq -9$

b) $\frac{2}{3}x + 1 = x - 5$

c) $2(x + 1) = 4 - x$

d) $(2 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) = -x + \sqrt{5}$

e) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$

Câu 5: Cho phương trình bậc hai ẩn số x: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -5$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

c) Tìm GTNN của biểu thức $M = |x_1 - x_2|$.

Câu 6: Cho phương trình bậc hai ẩn số x: $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$. (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình mà không phụ thuộc vào m .

c) Tìm m thỏa mãn hệ thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2}$.

Câu 7: Cho phương trình bậc hai ẩn số x: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$. (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Tìm m để $3(x_1 + x_2) = 5x_1x_2$.

Câu 8: Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?

c) Tìm GTLN của biểu thức $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$.

Câu 9: Cho Phương trình bậc hai ẩn số x : $x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

b) Tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ biết $2x_1 + 3x_2 = 13$, (x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1)).

Câu 10: Cho phương trình bậc hai ẩn số x : $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 2 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Tìm những giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để $x_1^3 + x_2^3 > 0$.

Câu 11: Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Chứng tỏ phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Tính nghiệm kép (nếu có) của phương trình.

b) Tìm m sao cho phương trình có nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

c) Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$.

1. Tìm m để $A = 8$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của A .

Câu 12: Cho phương trình: $x^2 - 2(2m + 1)x + 2m - 4 = 0$.

a) Giải phương trình khi $m = 1$ và chứng tỏ tích hai nghiệm của phương trình luôn nhỏ hơn 1.

b) Có giá trị nào của m để phương trình có nghiệm kép không?

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, chứng minh rằng biểu thức:

$M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ là một hằng số.

Câu 13: Cho phương trình $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 2 = 0$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $x_1^2 + x_2^2$, trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

c) Tìm m để $x_1 = 2x_2$.

VẤN ĐỀ III: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Câu 1:a) Vẽ đồ thị (P): $y = -2x^2$.

b) Lấy 3 điểm A, B, C trên (P), A có hoành độ là -2 , B có tung độ là -8 , C có hoành độ là -1 . Tính diện tích tam giác ABC. Em có nhận xét gì về cạnh AC của tam giác ABC

Câu 2:a) Vẽ đồ thị hàm số : $y = -2x^2$

b) Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm A(1; 4) và B(-2; 1)

Câu 3: Cho hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số trên bằng phép tính

c) Tính diện tích tam giác OAB

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (k-1)x + 4$ (k là tham số) và parabol (P): $y = x^2$.

a) Khi $k = -2$, hãy tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P);

b) Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt;

c) Gọi y_1 ; y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm k sao cho: $y_1 + y_2 = y_1 y_2$.

Câu 5: Cho hàm số : $y = \frac{1}{2}x^2$

1) Nêu tập xác định, chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm (2, -6) có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên.

Câu 6: Cho hàm số : $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -x - 1$

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x - 1$ và cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4.

Câu 7: Cho đường thẳng (d) có phương trình: $y = 3(2m + 3) - 2mx$ và Parabol (P) có phương trình $y = x^2$.

a) Định m để hàm số $y = 3(2m + 3) - 2mx$ luôn luôn đồng biến.

b) Biện luận theo m số giao điểm của (d) và (P).

c) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ cùng dấu.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A(-1; 2) và đường thẳng (d1): $y = -2x + 3$

a) Vẽ (d1). Điểm A có thuộc (d1) không? Tại sao?

b) Lập phương trình đường thẳng (d2) đi qua điểm A và song song với đường (d1). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (d1) và (d2).

Câu 9: Cho các đường thẳng có phương trình như sau: (d1): $y = 3x + 1$, (d2): $y = 2x - 1$ và (d3): $y = (3 - m)^2 \cdot x + m - 5$ (với $m \neq 3$).

a) Tìm tọa độ giao điểm A của (d1) và (d2).

b) Tìm các giá trị của m để các đường thẳng (d1), (d2), (d3) đồng quy.

c) Gọi B là giao điểm của đường thẳng (d₁) với trục hoành, C là giao điểm của đường thẳng (d₂) với trục hoành. Tính đoạn BC.

VẤN ĐỀ IV: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PT VÀ HPT

Câu 1: Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển từ giá thứ nhất sang giá thứ hai 50 cuốn thì số sách ở giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tìm số sách lúc đầu ở mỗi giá.

Câu 2: Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 15 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì 1 xe phải điều đi làm công việc khác, nên mỗi xe cũn lại phải chở nhiều hơn 0,5 tấn hàng so với dự định. Hỏi thực tế có bao nhiêu xe tham gia vận chuyển. (biết khối lượng hàng mỗi xe chở như nhau)

Câu 3: Hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Câu 4: Một người đi xe máy khởi hành từ Hoài Ân đi Quy Nhơn. Sau đó 75 phút, trên cùng tuyến đường đó một Ô tô khởi hành từ Quy Nhơn đi Hoài Ân với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/giờ. Hai xe gặp nhau tại Phù Cát. Tính vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng Quy Nhơn cách Hoài Ân 100 km và Quy Nhơn cách Phù Cát 30 km.

Câu 5: Một Ô tô khách và một Ô tô tải cùng xuất phát từ địa điểm A đi đến địa điểm B đường dài 180 km do vận tốc của Ô tô khách lớn hơn Ô tô tải 10 km/h nên Ô tô khách đến B trước Ô tô tải 36 phút. Tính vận tốc của mỗi Ô tô. Biết rằng trong quá trình đi từ A đến B vận tốc của mỗi Ô tô không đổi.

Câu 6: Một mô tô đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc và thời gian dự định. Nếu mô tô tăng vận tốc thêm 5km/h thì đến B sớm hơn thời gian dự định là 20 phút. Nếu mô tô giảm vận tốc 5km/h thì đến B chậm hơn 24 phút so với thời gian dự định. Tính độ dài quãng đường từ thành phố A đến thành phố B.

Câu 7: Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Câu 8: Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km. Một Ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B, rồi lại từ B về A. Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc lúc đi của Ô tô.

Câu 9: Cho một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích 100m². Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5m thì diện tích của thửa ruộng tăng thêm 5m².

VẤN ĐỀ V: HÌNH HỌC

Câu 1: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ dây $CD \parallel AB$, tia AD cắt (O) tại E (E khác D).

- 1) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.
- 2) Chứng minh $\widehat{ACB} = \widehat{AOC}$
- 3) Chứng minh $AB^2 = AE \cdot AD$
- 4) Tia CE cắt AB tại I. Chứng minh $IA = IB$

Câu 2: Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn đó. Dựng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi F là giao điểm của AE và nửa đường tròn (O). Gọi K là giao điểm của CF và ED.

- a. Chứng minh rằng 4 điểm E, B, F, K nằm trên một đường tròn
- b. Tam giác BKC là tam giác gì? Vì sao?

Câu 3: Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M; MD cắt AB tại K; MB cắt AC tại H.

a) Chứng minh $\widehat{BMD} = \widehat{BAC}$, từ đó $\Rightarrow$ tứ giác AMHK nội tiếp.

- b) Chứng minh: $HK \parallel CD$.
- c) Chứng minh: $OK \cdot OS = R^2$.

Câu 4: Cho tam giác có ba góc nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O. H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

- a) Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.
- b) Gọi P và Q lần lượt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đường thẳng AB và AC. Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.
- c) Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

Câu 5: Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là một điểm thuộc đường tròn ($C \neq A; C \neq B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C, kẻ tia Ax tiếp xúc với đường tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Tia BC cắt Ax tại Q, tia AM cắt BC tại N.

- a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân.
- b). Khi $MB = MQ$, tính BC theo R.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại A với $AB > BC$. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

- a) Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.
- b) Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?
- c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

Câu: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. C là trung điểm của đoạn AO, đường thẳng Cx vuông góc với AB, Cx cắt nửa đường tròn (O) tại I. K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn CI (K khác C; K khác I), Tia Ax cắt nửa đường tròn đó tại M. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại M cắt Cx tại N, tia BM cắt Cx tại D.

- a) Chứng minh bốn điểm A, C, M, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác MNK là tam giác cân.

c) Tính diện tích tam giác ABD khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI.

d) Khi K di động trên đoạn CI thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADK đi chuyển trên đường nào?

Câu 8: Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B phân biệt thuộc (O) sao cho đường thẳng AB không đi qua tâm O. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M khác A, từ M kẻ hai tiếp tuyến phân biệt ME, MF với đường tròn (O) (E, F là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của dây cung AB. Các điểm K và I theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng EF với các đường thẳng OM và OH.

1/ Chứng minh 5 điểm M, O, H, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

2/ Chứng minh: $OH.OI = OK.OM$

3/ Chứng minh: IA, IB là các tiếp điểm của đường tròn (O)

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD.

a) Chứng minh: $OM \parallel DC$.

b) Chứng minh tam giác ICM cân.

c) BM cắt AD tại N. Chứng minh $IC^2 = IA.IN$.

Câu 10: Từ điểm P cố định nằm ngoài đường tròn (O;R) kẻ hai tiếp tuyến PA, PB (A, B là hai tiếp điểm) và một cát tuyến PMN (M nằm giữa P và N) với đường tròn (O). Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng MN, BK cắt đường tròn (O;R) tại F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác PAOB nội tiếp được một đường tròn. Xác định bán kính đường tròn đó.

b) $PB^2 = PM.PN$.

c) $AF \parallel MN$.

d) Khi đường tròn (O) thay đổi và đi qua điểm M, N cố định thì hai điểm A, B thuộc một đường tròn.

e)

MỘT SỐ BỘ ĐỀ LUYỆN TẬP

ĐỀ:I

Bài 1: Cho biểu thức $P = \left(\frac{2a+1}{\sqrt[3]{a^3}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} \right) \left(\frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$

- Rút gọn P
- Xét dấu của biểu thức P. $\sqrt{1-a}$

Bài 2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại ngược từ B về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược 1h20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược là bằng nhau.

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A, $\angle A < 90^\circ$, một cung tròn BC nằm trong tam giác

ABC và tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Trên cung BC lấy một điểm M rồi hạ đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, AB, CA. Gọi P là giao điểm của MB, IK và Q là giao điểm của MC, IH.

- Chứng minh rằng các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được
- Chứng minh tia đối của tia MI là phân giác của góc HMK
- Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra $PQ \parallel BC$
- Gọi (O_2) là đường tròn đi qua M, P, K, (O_1) là đường tròn đi qua M, Q, H; N là giao điểm thứ hai của (O_1) và (O_2) và D là trung điểm của BC. Chứng minh M, N, D thẳng hàng.

Bài 4: Tìm tất cả các cặp số (x;y) thỏa mãn phương trình sau: $5x-2\sqrt{x}(2+y)+y^2+1=0$

ĐỀ:II

Bài1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

- Rút gọn A
- Tìm GT của a để $A > 1/6$

Bài2: Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$ (ẩn x)

- Giải phương trình khi $m = -\frac{3}{2}$
- Tìm các GT của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm GT của m để :

$$x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = m^2$$

Bài 3: Cho tam giác ABC ($AB > AC$; $\angle A > 90^\circ$). I, K thứ tự là các trung điểm của

AB, AC. Các đường tròn đường kính AB, AC cắt nhau tại điểm thứ hai D; tia BA cắt đường tròn (K) tại điểm thứ hai E, tia CA cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai F.

- Chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng
- Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.
- Chứng minh ba đường thẳng AD, BF, CE đồng quy
- Gọi H là giao điểm thứ hai của tia DF với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Hãy so sánh độ dài các đoạn thẳng DH, DE.

Bài4: Xét hai phương trình bậc hai : $ax^2+bx+c=0$; $cx^2+bx+a=0$.

Tìm hệ thức giữa a, b, c là điều kiện cần và đủ để hai phương trình trên có một nghiệm chung duy nhất.

ĐỀ:III

Bài 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$

- 1) Rút gọn A
- 2) Với GT nào của x thì A đạt GTNN và tìm GTNN đó

Bài 2: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB người đó tăng vận tốc lên 10km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian lần bánh trên đường, biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

Bài 3: Cho đường tròn (O) bán kính R và một dây BC cố định. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Lấy điểm M trên cung nhỏ AC, kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.

- 1) Chứng minh $\angle AMD = \angle ABC$ và MA là tia phân giác của góc BMD.
- 2) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và góc BDC có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí điểm M.
- 3) Tia DA cắt tia BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F, chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.
- 4) Chứng minh tích $P = AE \cdot AF$ không đổi khi M di động. Tính P theo bán kính R và $\angle ABC = \alpha$

Bài 4: Cho hai bất phương trình : $3mx - 2m > x + 1$ (1)
 $m - 2x < 0$ (2)

Tìm m để hai bất phương trình trên có cùng tập hợp nghiệm

ĐỀ:IV

Bài 1 (2 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn P
- b) Tìm GT nguyên của x để P nhận GT nguyên dương.

Bài 2 (3 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 96km trong thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó dừng lại nghỉ 18 phút. Do đó để đến B đúng hẹn người đó đã tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lần bánh trên đường.

Bài 3 (5 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

- 1) CMR: Tứ giác AEHF là hình chữ nhật
- 2) C/m: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$
- 3) Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.
- 4) C/m nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

ĐỀ:V

Bài 1(3 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm các GT của x để $P > 0$
- Tìm các số m để có các GT của x thỏa mãn $P \cdot \sqrt{x} = m - \sqrt{x}$.

Bài 2(3 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đi đến B. Xe tải đi với vận tốc 40km/h, xe con đi với vận tốc 60km/h. Sau khi mỗi xe đi được nửa đường thì xe con nghỉ 40 phút rồi chạy tiếp đến B; xe tải trên quãng đường còn lại đã tăng vận tốc thêm 10km/h nhưng vẫn đến B chậm hơn xe con nửa giờ. Hãy tính quãng đường AB.

Bài 3(4 điểm): Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với đường tròn (B, C, M, N thuộc đường tròn; $AM < AN$). Gọi I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với đường tròn (E là trung điểm của MN).

- Chứng minh 4 điểm A, O, E, C cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh : $AOC = BIC$;
- Chứng minh : $BI // MN$
- Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

ĐỀ: VI

Bài 1(3 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$.

- Rút gọn P
- Tính GT của P biết $x = 6 - 2\sqrt{5}$
- Tìm các GT của n để có x thỏa mãn $P \cdot (\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + n$.

Bài 2(3 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô chạy trên sông trong 8h, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4h, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bài 3(4 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB=2R, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho $IA < IB$. Trên đoạn MI lấy điểm E (E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

- Chứng minh tứ giác IEKB nội tiếp.
- C/m tam giác AME, AKM đồng dạng và $AM^2 = AE \cdot AK$
- C/m: $AE \cdot AK + BI \cdot BA = 4R^2$
- Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.

ĐỀ: VII

B. Bài tập bắt buộc(8 điểm):

Bài 1(2,5 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm các GT của x để $P < 0$

c) Tìm GTNN của P

Bài2(2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một công nhân dự định làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Sau khi làm được 2h với năng suất dự kiến, người đó đã cải tiến các thao tác nên đã tăng năng suất được 2 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy đã hoàn thành 150 sản phẩm sớm hơn dự kiến 30 phút. Hãy tính năng suất dự kiến ban đầu.

Bài3(3,5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và một đường kính EF bất kì (E khác A,B). Tiếp tuyến tại B với đường tròn cắt các tia AE,AF lần lượt tại H,K. Từ K kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt HK tại M.

- C/m tứ giác AEBF là hình chữ nhật
- C/m tứ giác EFKH nội tiếp đường tròn
- C/m AM là trung tuyến của tam giác AHK
- Gọi P,Q là trung điểm tương ứng của HB,BK, xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác EFQP có chu vi nhỏ nhất.

ĐỀ:VIII

Bài 1: Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn P
- Tính GT của P khi $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$
- Tìm các GT của x thỏa mãn P. $\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$

Bài 2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6h. Sau 2h làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10h. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài3: Cho đường tròn (O;R), đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A,B. Từ một điểm C trên d (C nằm ngoài đường tròn), kẻ hai tiếp tuyến CM, CN tới đường tròn (M,N thuộc O). Gọi H là trung điểm của AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

- C/m 4 điểm C,O,H,N thuộc một đường tròn
- C/m : $KN.KC=KH.KO$
- Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I, chứng minh I cách đều CM,CN,MN.
- Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM,CN lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

ĐỀ:IX

Bài 1: Cho biểu thức $P = \left[\frac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)} - \frac{a+\sqrt{a}}{a-1} \right] : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm a để : $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1$.

Bài2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B cách nhau 80km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách B 72km, thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Bài 3: Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hai hàm số $y=2x+3$ và $y=x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác ABCD.

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

- 1) Chứng minh tứ giác BCHK nội tiếp
- 2) Tính tích $AH.AK$ theo R.
- 3) Xác định vị trí của điểm K để tổng $(KM+KN+KB)$ đạt GTLN và tính GTLN đó?

Bài 5: Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x+y=2$. Chứng minh: $x^2y^2(x^2+y^2) \leq 2$.

ĐỀ: X

Bài 1 (2,5 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

- a) Rút gọn P
- b) Tính GT của P khi $x=4$
- c) Tìm x để $P = \frac{13}{3}$.

Bài 2 (2,5 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Bài 3 (1 điểm): Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx+1$.

- 1) C/m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m
- 2) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ).

Bài 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn (O) bán kính $AB=2R$ và E là điểm bất kỳ trên đường tròn đó (E khác A, B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K khác A.

- 1) C/m hai tam giác KAF và KEA đồng dạng.
- 2) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE. Chứng minh đường tròn (I; IE) tiếp xúc (O) tại E và tiếp xúc AB tại F.
- 3) Gọi M, N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I; IE). C/m $MN \parallel AB$
- 4) Gọi P là giao điểm của NF và AK; Q là giao điểm của MF và BK. Tìm GTNN của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên (O).

Bài 5 (0,5 điểm): Tìm GTNN của biểu thức $A = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2$

ĐỀ:XI

Bài 1: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$

a) Rút gọn P

b) Tìm các GT của x để $P < \frac{1}{2}$.

Bài 2: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 3: Cho phương trình $x^2 + bx + c = 0$

1) Giải phương trình khi $b = -3; c = 2$

2) Tìm b, c để phương trình có hai nghiệm phân biệt và tích bằng 1.

Bài 4: Cho đường tròn (O; R) tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên đường thẳng d lấy điểm H (H khác A) và $AH < R$. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt E, B (E nằm giữa B và H).

1) Chứng minh $ABE = EAH$ và $\triangle ABH \sim \triangle EAH$.

2) Lấy điểm C trên đường thẳng d sao cho H là trung điểm của AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. C/m tứ giác AHEK nội tiếp.

3) Xác định vị trí của điểm H để $AB = R\sqrt{3}$.

Bài 5: Cho đường thẳng $y = (m-1)x + 2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc toạ độ O tới đường thẳng đó lớn nhất.

ĐỀ:XII

Bài 1(2,5 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P khi $x = 4$

c) Tìm GT của x để $P = \frac{13}{3}$

Bài 2(2,5 điểm): *: Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình*

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 3(1,0 điểm): Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình

$y = mx + 1$.

1) Chứng minh với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

2) Tính diện tích tam giác AOB theo m (O là gốc toạ độ)

Bài 4(3,5 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và E là điểm bất kì trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

a) C/mình $\triangle KAF \sim \triangle KEA$

b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF và OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

c) Chứng minh $MN \parallel AB$, trong đó M, N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

d) Tính GTNN của chu vi tam giác K PQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK; Q là giao điểm của MF và BK.

Bài 5(0,5 điểm): Tìm GTNN của biểu thức $P = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2$.

ĐỀ: XIII

Bài 1(2,5 điểm): Cho $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$, $x \geq 0$ & $x \neq 9$.

1) Rút gọn P.

2) Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{3}$.

3) Tìm GTLN của P.

Bài 2(2,5 điểm): giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó?

Bài 3(1,0 điểm): Cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx - 1$

1) CMR với mọi m thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$.

Bài 4(3,5 điểm): Cho (O;R) đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E, tia AC cắt BE tại F.

1) Chứng minh tứ giác FCDE nội tiếp

2) Chứng minh $DA \cdot DE = DB \cdot DC$

3) Chứng minh $CFD = OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

4) Cho biết $DF = R$, chứng minh $\tan \angle AFB = 2$.

Bài 5 (0,5 điểm): Giải phương trình $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2 + 7}$